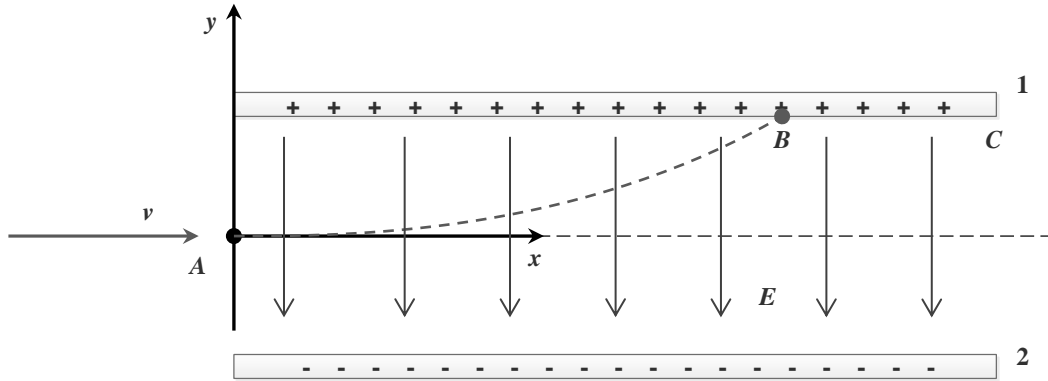


בעיות בתנועת מטענים בשדה חשמלי אחיד

בעיה 1

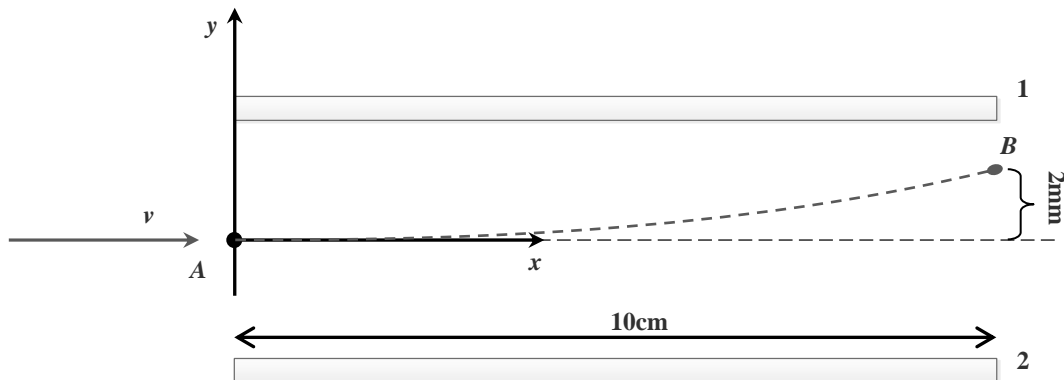
אלומת אלקטרונים אופקית נכנסת בנקודה A אל החלל שבין שני לוחות מקבילים ואופקיים. הלוח העליון (לוח 1) טעון במטען חיובי והתחתון (לוח 2) טעון במטען שלילי. כתוצאה מכך שורר בין שני הלוחות שדה חשמלי אחיד שעוצמתו 10^2 N/C המכוון מהלוח החיובי אל הלוח השלילי (ראה תרשים).



- נתון: מהירות כניסת האלקטרונים אל השדה החשמלי בנקודה A היא $v_0 = 10^6 \text{ m/s}$, המרחק בין הלוחות הוא 0.4 cm והנקודה A נמצאת באמצע המרחק בין שני הלוחות. כוח הכובד הפועל על האלקטרונים זניח ביחס לכוח החשמלי הפועל עליהם.
- בחר במערכת הצירים המתוארת בתרשים, וענה על השאלות הבאות:
- חשב את גודל וכיוון תאוצת האלקטרונים בתנועתם בין הלוחות.
 - הראה כי מסלול תנועתם של האלקטרונים בשדה החשמלי הוא פרבולה.
 - חשב את שיעורי נקודת פגיעת האלקטרונים בלוח 1.
 - חשב את מהירות הפגיעה של האלקטרונים בלוח 1.
 - מה צריכה היות המהירות המינימלית של האלקטרונים, לפני כניסתם אל שדה החשמלי, על מנת שיצאו מהחלל בין הלוחות ולא יפגעו בלוח 1, אם נתון שאורך הלוחות הוא 8 cm .
 - מהו כיוון יציאת האלקטרונים מבין הלוחות במקרה של הסעיף הקודם.

בעיה 2

אלומת אלקטרונים אופקית נכנסת בנקודה A במהירות $v_0 = 8 \times 10^6 \text{ m/s}$ אל החלל שבין שני לוחות 1 ו-2 מקבילים ואופקיים הנמצאים במרחק 6 mm זה מזה. שני הלוחות מחוברים למקור מתח, וכתוצאה מכך שורר ביניהם שדה חשמלי אחיד המכוון מאחד הלוחות אל הלוח האחר. כתוצאה מהכוח החשמלי הפועל על האלקטרונים במהלך תנועתם בין הלוחות, הם סוטים ממסלולם הישר, ויוצאים מהחלל בין הלוחות מנקודה B הנמצאת במרחק 2 mm מעל לקו תנועת האלקטרונים לפני כניסתם לשדה החשמלי (ראה תרשים).



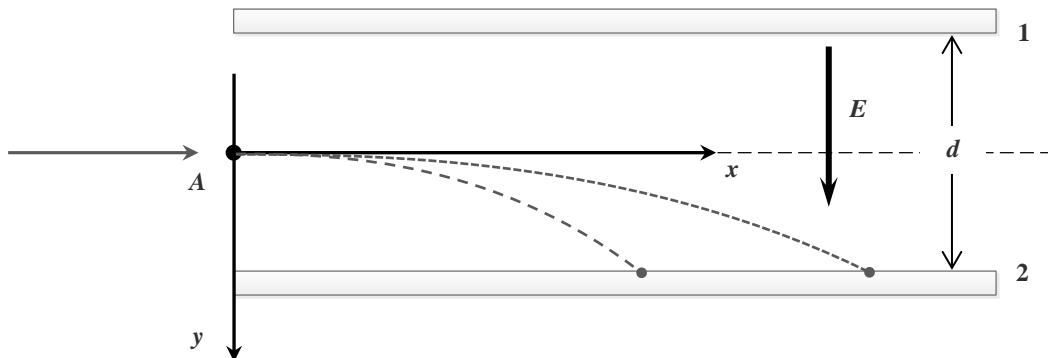
נתון שאורך כל אחד משני הלוחות הוא 10cm. בחר במערכת הצירים המופיעה בתרשים וענה על השאלות הבאות:

- חשב את הזמן שלוקח לאלקטרונים לעבור את הדרך מ-A אל B.
- חשב את עוצמת השדה החשמלי השורר בין שני הלוחות וקבע מהו כיוונו.
- חשב את המתח בין שני הלוחות, וקבע מי מבין הלוחות נמצא במתח גבוה.
- חשב את מהירות האלקטרונים בנקודה B.
- מגדילים את המהירות ההתחלתית של האלקטרונים פי שניים. לגבי כל אחד מהגדלים הבאים קבע אם הוא משתנה או לא. אם הוא משתנה, קבע פי כמה. הסבר את תשובותיך.
 - זמן התנועה מ-A אל B.
 - רכיב המהירות, של האלקטרונים, בכיוון y בנקודה B.
 - מרחק B מקו תנועת האלקטרונים לפני כניסתם לשדה החשמלי (הגודל y_B).

בעיה 3

מכניסים שתי אלומות שונות, אחת של פרוטונים והשנייה חלקיקי α , זו אחר זו אל החלל שבין שני לוחות אופקיים מקבילים ששורר ביניהם שדה חשמלי אחיד שגודלו E והמכוון מהלוח העליון (לוח 1) אל הלוח התחתון (לוח 2).

האלומות נכנסות בכיוון אופקי מנקודת האמצע שבין שני הלוחות (הנקודה A בתרשים). כתוצאה מהשפעת השדה החשמלי, הן סטות מהמסלול הישר שלהן, ופוגעות בלוח 2 כפי שמתואר בתרשים הבא:



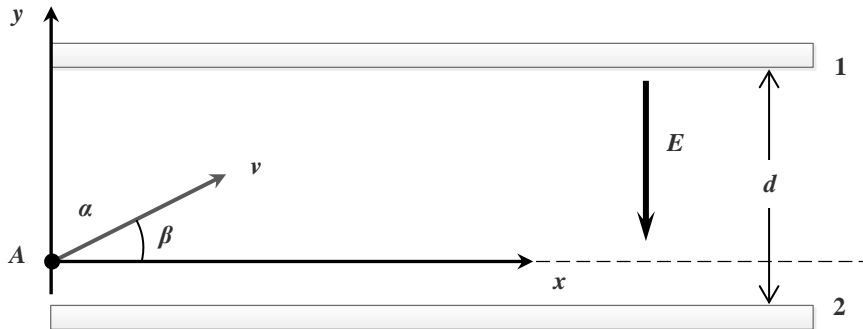
נתון שהמרחק בין שני הלוחות הוא d. כוח הכבידה בבעיה זו זניח ביחס לכוח החשמלי הפועל על החלקיקים.

בחר במערכת הצירים המתוארת בתרשים וענה על השאלות הבאות:

- חשב את היחס בין תאוצת הפרוטונים וחלקיקי α בתנועתם בשדה החשמלי.
- נסמן ב- t_p את הזמן שלוקח לפרוטון לעבור את הדרך מ-A עד לנקודת ההתנגשות בלוח 2, ו- t_α את הזמן שלוקח לחלקיק α לעבור את הדרך מ-A עד לנקודת ההתנגשות בלוח 2. קבע מי מבין שני זמנים אלה גדול יותר. חשב את היחס בין זמנים אלה.
- חשב את היחס בין ההעתקים בכיוון ציר x של שתי האלומות בין נקודות הפגיעה בלוח 2 והנקודה A.
 - לחלקיקים בשתי האלומות יש אותה מהירות.
 - לחלקיקים בשתי האלומות יש אותה אנרגיה קינטית.
- חשב את היחס בין רכיבי y של מהירויות הפגיעה בלוח 2, עבור שני סוגי חלקיקים בשתי האלומות.
- מה צריך להיות היחס בין מהירות הפרוטונים ומהירות חלקיקי אלפא על מנת שיפגעו באותה נקודה בלוח 2? הסבר את תשובתך.

בעיה 4

חלקיק α נכנס אל החלל בין שני לוחות אופקיים, מקבילים, וטעונים הנמצאים במרחק $d = 6\text{ cm}$ זה מזה. כתוצאה מהמטען החשמלי על הלוחות שורר ביניהם שדה חשמלי אחיד שעוצמתו 10^4 N/C והמכוון מהלוח העליון (לוח 1) אל הלוח התחתון (לוח 2) כפי שמתואר בתרשים הבא:



נתון שחלקיק α נכנס אל החלל בין הלוחות מנקודה A הנמצאת במרחק 1 cm מהלוח התחתון (ראה תרשים). מהירות חלקיק α בנקודה זו היא $v_0 = 6 \times 10^5\text{ m/s}$, והיא יוצרת זווית β מעל הקו האופקי (ראה תרשים)

בחר במערכת הצירים המתוארת בתרשים וענה על השאלות הבאות:
 א. מהו הערך המקסימלי עבור הזווית β שעבורו חלקיק α אינו מתנגש בלוח העליון.

נסמן באות B את נקודת פגיעת חלקיק α בלוח התחתון במקרה שבו הזווית β שווה לזווית שחיבת בסעיף הקודם.

ב. חשב את שיעורי הנקודה B .

ג. חשב את מהירות פגיעת חלקיק α בנקודה B .

פתרונות

פתרון בעיה 1

א. מתקיים:

$$F_x = 0$$

$$F_y = q_e E_y = (-1.6 \times 10^{-19})(-10^2) = 1.6 \times 10^{-17} \text{ N}$$

שימו לב! הצבנו את השדה שלילי בגלל שהוא מכיוון לכיוון השלילי של ציר ה-y. מכאן נקבל:

$$a_x = 0$$

$$a_y = \frac{F_y}{m_e} = \frac{1.6 \times 10^{-17} \text{ N}}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 1.75 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

ב. מתקיים:

$$x = x_0 + v_{0x}t = v_0 t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}a_y t^2$$

מהמשוואה הראשונה מתקבל: $t = x/v_0$. נציב במשוואה השנייה ונקבל:

$$y = \frac{1}{2}a_y (x/v_0)^2 = \left(\frac{a_y}{2v_0^2}\right)x^2 = \left(\frac{e|E|}{2v_0^2}\right)x^2$$

זוהי משוואת פרבולה.

ג. מתקיים: $y_B = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$. על מנת לחשב x_B , נחשב קודם את הזמן, t_B , שלוקח לאלקטרונים להגיע מהנקודה A אל הנקודה B, וזה על ידי הצבת $y_B = 0.01 \text{ m}$ במשוואה עבור y:

$$2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2}(1.75 \times 10^{13})t_B^2$$

$$\Rightarrow t_B = 1.51 \times 10^{-8} \text{ s}$$

מכאן נקבל:

$$x_B = v_0 t_B = 10^6 (1.51 \times 10^{-8}) = 0.0151 \text{ m} = 1.51 \text{ cm}$$

ד.

$$v_{Bx} = 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_{By} = v_{0y} + a_y t =$$

$$= 0 + (1.75 \times 10^{13})(1.51 \times 10^{-8}) = 2.6425 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = 1.034 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha_B = v_{By} / v_{Bx} = 0.264$$

$$\Rightarrow \alpha_B = 14.8^\circ$$

ה. מהירות הכניסה המינימלית עבור האלקטרונים המאפשרת יציאתם מבין הלוחות, היא המהירות שעבורה האלקטרונים יוצאים מהקצה C של הלוח העליון. מתקיים $x_C = 0$, $t_C = t_B = 1.51 \times 10^{-8} \text{ s}$. נקבל:

$$x_C = v_{\min} t_C$$

$$\Rightarrow v_{\min} = \frac{x_C}{t_C} = \frac{0.08}{1.51 \times 10^{-8}} = 5.3 \times 10^6 \text{ m/s}$$

ו. מתקיים:

$$v_{Cy} = v_{By} = 1.034 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_{Cx} = v_{\min} = 5.3 \times 10^6 \text{ m/s}$$

מכאן:

$$\tan \alpha_C = \frac{v_{Cy}}{v_{Cx}} = \frac{1.034 \times 10^6 \text{ m/s}}{5.3 \times 10^6 \text{ m/s}} = 0.195$$

$$\Rightarrow \alpha_C = 11.04^\circ$$

פתרון בעיה 2

א. רכיב מהירות האלקטרונים בכיוון ציר x אינו משתנה והוא שווה ל- $v_0 = 8 \times 10^6 \text{ m/s}$. מכאן:

$$t_{AB} = \frac{x}{v_0} = \frac{0.1}{8 \times 10^6} = 1.25 \times 10^{-8} \text{ s}$$

ב. בכיוון ציר y מתקיים:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}a_y t^2$$

כאשר $t = t_{AB} = 1.25 \times 10^{-8} \text{ s}$ מתקיים ש- $y = y_B = 0.002 \text{ m}$. נציב במשוואה האחרונה ונקבל:

$$0.002 = \frac{1}{2}a_y (1.25 \times 10^{-8})^2$$

$$\Rightarrow a_y = 2.56 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

מצד שני לפי החוק השני של ניוטון נקבל:

$$a_y = \frac{F_y}{m_e} = \frac{q_e E}{m_e} = \frac{-eE_y}{m_e}$$

לכן נקבל:

$$\frac{-eE_y}{m_e} = 2.56 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow E_y = -\frac{(2.56 \times 10^{13})(9.11 \times 10^{-31})}{1.6 \times 10^{-19}} =$$

$$= -145.76 \text{ N/C}$$

ב. לפי הסעיף הקודם, תאוצת הפרוטון גדולה פי 2 מתאוצת חלקיק α , לכן מתקיים $t_p < t_\alpha$. על מנת לחשב את היחס בין זמנים אלה נשתמש בקשר:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}a_y t^2$$

נציב $d/2$ ונקבל:

$$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{d}{a_y}}$$

מכאן נקבל:

$$t_p = \sqrt{\frac{d}{a_p}}$$

$$t_\alpha = \sqrt{\frac{d}{a_\alpha}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_p}{t_\alpha} = \sqrt{\frac{a_\alpha}{a_p}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

כאשר הצבנו $a_\alpha / a_p = 1/2$ וזה לפי סעיף א.

ג.

(1) מתקיים:

$$x_p = v_p t_p$$

$$x_\alpha = v_\alpha t_\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{x_p}{x_\alpha} = \frac{v_p t_p}{v_\alpha t_\alpha} = \frac{t_p}{t_\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(2) כעת מתקיים:

$$\frac{1}{2}m_p v_p^2 = \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_p v_p^2 = \frac{1}{2}(4m_p)v_\alpha^2$$

$$\Rightarrow v_p = 2v_\alpha$$

לכן נקבל:

$$x_p = v_p t_p$$

$$x_\alpha = v_\alpha t_\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{x_p}{x_\alpha} = \frac{v_p t_p}{v_\alpha t_\alpha} = 2 \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = a_y t \quad \text{ד.}$$

לפי זה נקבל:

$$v_{yp} = a_p t_p$$

$$v_{y\alpha} = a_\alpha t_\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{v_{yp}}{v_{y\alpha}} = \frac{a_p t_p}{a_\alpha t_\alpha} = \left(\frac{a_p}{a_\alpha}\right) \left(\frac{t_p}{t_\alpha}\right) = (2) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}$$

כאשר השתמשנו בתוצאות מהסעיפים

השדה שהתקבל שלילי, לכן הוא הוא מכיוון השלילי של ציר x . כמובן $E_x = 0$.

$$V = Ed = (145.76)(0.006) = 0.87 \text{ V} \quad \text{ג.}$$

מכיוון שהשדה מכיוון מהפוטנציאל הגבוה אל הנמוך, נקבל שלוח 1 נמצא בפוטנציאל הגבוה. ניתן לפתור סעיף זה כולל הסימן גם כן וזה על ידי שימוש בקשר:

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= -E_y (y_1 - y_2) = \\ &= -(-145.76)[0.003 - (-0.003)] = \\ &= 0.87 \end{aligned}$$

רואים שמתקיים $V_1 > V_2$.

ד.

$$v_{Bx} = v_0 = 8 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_{By} = v_{0y} + a_y t =$$

$$= 0 + (2.56 \times 10^{13})(1.25 \times 10^{-8}) =$$

$$= 320,000 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = 8.0064 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha_B = v_{By} / v_{Bx} = 0.04 \Rightarrow \alpha_B = 2.3^\circ$$

ה.

(1) זמן התנועה מ- A אל B נתון על ידי: ומכיוון ש- x לא השתנה והמהירות ההתחלתית גדלה פי שניים, נקבל שזמן התנועה קטן פי שניים.

(2) לא משתנה, בגלל שהתאוצה בכיוון y לא השתנה, ו- $v_{0y} = 0$.

(3) מתקיים: $y_B = \frac{1}{2}a_y t_B^2$. מכיוון ש- a_y אינו משתנה, ו- t_B קטן פי שניים, וקבל ש- y_B קטן פי 4.

פתרון בעיה 3

א. רכיב התאוצה בכיוון ציר x עבור שני סוגי החלקיקים הוא אפס, כי כיוון הכוח השקול הוא בכיוון ציר y . מתקיים:

$$a_p = a_{py} = \frac{F_p}{m_p} = \frac{eE}{m_p}$$

$$a_\alpha = a_{\alpha y} = \frac{F_\alpha}{m_\alpha} = \frac{2eE}{4m_p} = \frac{eE}{2m_p}$$

$$\Rightarrow \frac{a_p}{a_\alpha} = 2$$

$$\Rightarrow -0.01 = 2.18 \times 10^5 t_{AB} + \frac{1}{2} (-4.78 \times 10^{11}) t_{AB}^2$$

$$\Rightarrow t_{AB}^2 - 9.12 \times 10^{-7} t_{AB} - 4.18 \times 10^{-14} = 0$$

$$\Rightarrow t_{AB} = 9.55 \times 10^{-7} \text{ s}$$

מכאן נקבל:

$$x_B = (v_0 \cos \beta) t_{AB} =$$

$$= (6 \times 10^5 \cos 21.38) (9.55 \times 10^{-7}) = 0.533 \text{ m}$$

ג.

$$v_{Bx} = v_{0x} = 6 \times 10^5 \cos 21.38 = 5.587 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{By} = v_{0y} + a_y t_{AB} =$$

$$= 6 \times 10^5 \sin 21.38 - 4.78 \times 10^{11} (9.55 \times 10^{-7}) =$$

$$= -2.38 \times 10^5 \text{ m/s}$$

מכאן נקבל:

$$v_B = \sqrt{(5.587 \times 10^5)^2 + (-2.38 \times 10^5)^2} =$$

$$= 6.07 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$\tan \beta_B = \frac{-2.38 \times 10^5}{5.587 \times 10^5} = -0.426$$

$$\Rightarrow \beta_B = -23.07^\circ$$

הקודמים: $a_p / a_\alpha = 2$ ו- $t_p / t_\alpha = 1/\sqrt{2}$

ה. על מנת להתקיים: $x_p = x_\alpha$ צריך להתקיים:

$$v_p t_p = v_\alpha t_\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{v_p}{v_\alpha} = \frac{t_\alpha}{t_p} = \sqrt{2}$$

כאשר השתמשנו בתוצאה מסעיף ב':

$$. t_\alpha / t_p = \sqrt{2}$$

פתרון בעיה 4

א. מתקיים עבור חלקיק α :

$$a_x = 0$$

$$a_y = \frac{q_\alpha E}{m_\alpha} = \frac{2eE}{4m_p} = \frac{eE}{2m_p}$$

שים לב! E במשוואה האחרונה הוא שלילי

מכיוון שהוא מכוון בכיוון השלילי של ציר y .

הערך הגדול ביותר עבור הזווית β שעבורו

חלקיק α אינו מתנגש בלוח העליון הוא

שמתקיים עבורו $\Delta y = 5 \text{ cm}$. על סמך זה ניתן

לחשב את הערך המקסימלי עבור v_{0y} :

$$\Delta y = \frac{0 - v_{0y}^2}{2a} = \frac{-v_{0y}^2}{2(eE/2m_p)} = 0.05$$

$$\Rightarrow v_{0y} = \sqrt{-\frac{eE(0.05)}{m_p}} =$$

$$= \sqrt{-\frac{(1.6 \times 10^{-19})(-10^4)(0.05)}{1.672 \times 10^{-27}}} =$$

$$= 2.18 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \sin \beta_{\max} = \frac{v_y}{v} = \frac{2.18 \times 10^5}{6 \times 10^5} = 0.3645$$

$$\Rightarrow \beta_{\max} = 21.38^\circ$$

ב. מתקיים: $y_B = -0.01 \text{ m}$. על מנת לחשב x_B ,

נחשב קודם את הזמן מ- A אל B (t_{AB}):

$$y_B = v_{0y} t_{AB} + \frac{1}{2} a_y t_{AB}^2$$

כאשר:

$$a_y = \frac{eE}{2m_p} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(-10^4)}{2(1.672 \times 10^{-27})} =$$

$$= -4.78 \times 10^{11} \text{ m/s}$$

נציב במשוואה הנ"ל ונקבל: